

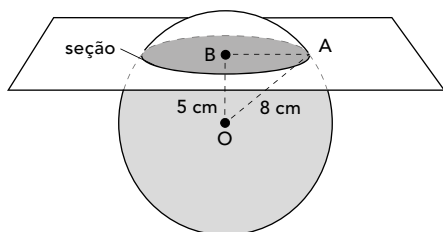
# Resoluções

## Capítulo 14

### Esfera

#### ATIVIDADES PARA SALA – PÁG. 20

- 01** A interseção do plano  $\alpha$  com a esfera determina a seção indicada na figura:



Do triângulo retângulo OBA:

$$8^2 = 5^2 + r^2 \Rightarrow 64 = 25 + r^2 \Rightarrow r^2 = 39$$

Como  $r$  é positivo, obtém-se  $r = \sqrt{39}$  cm.

**02**  $r^2 + d^2 = R^2$   
 $r^2 + 6^2 = 10^2$   
 $r = 8$  cm

**03** Sendo  $r = 6$  cm, tem-se:  
 $S = 4\pi r^2 \Rightarrow S = 4 \cdot \pi \cdot 6^2 \therefore S = 144\pi$  cm<sup>2</sup>

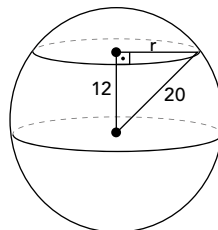
**04**  $4\pi R^2 = 8\pi$   
 $R = \sqrt{2}$  cm

**05**  $A_{\text{esfera}} = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$  cm<sup>2</sup>

#### ATIVIDADES PROPOSTAS – PÁG. 20

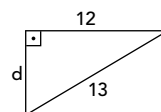
**01**  $2\pi R = 2\pi \Rightarrow R = 1$  cm  
 $d^2 + R^2 = r^2$   
 $8 + 1 = r^2 \Rightarrow r = 3$  cm

**02**  $r^2 + 12^2 = 20^2$   
 $r^2 = 256$   
 $\pi r^2 = 256\pi$  cm<sup>2</sup>

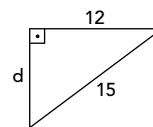


#### ATIVIDADES PROPOSTAS – PÁG. 6

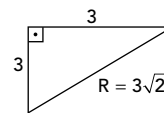
**04** **B**  
 $\cancel{\pi} r^2 = 144\cancel{\pi}$   
 $r = 12$   
 $d^2 + 12^2 = 13^2$   
 $d = 5$



**05** **C**  
 $\pi r^2 = 144\pi \Rightarrow r = 12$  cm  
 $d^2 + 12^2 = 15^2$   
 $d = 9$  cm

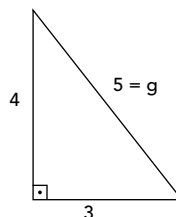


**06** **C**  
 $\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$  cm  
 $V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3\sqrt{2})^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 27 \cdot 2\sqrt{2}$   
 $V = 72\pi\sqrt{2}$  cm<sup>3</sup>



**07**  $4\pi R^2 = 100\pi \Rightarrow R = 5$  cm  
 $\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$  cm  
 $d = 4$  cm

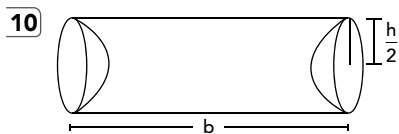
**08**  $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi \Rightarrow 3^2 \cdot h = 36 \Rightarrow h = 4$  dm



$$4\pi R^2 = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 5$$

$$4R^2 = 24 \Rightarrow R = \sqrt{6} \text{ dm}$$

09  $A_{\text{hemisfério}} = 3\pi R^2 = 3 \cdot A_b \Rightarrow 36 \text{ galões}$

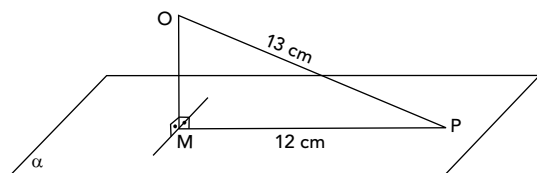


$$A = 2\pi \cdot \frac{h}{2} \cdot b + 4\pi \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \pi hb + \pi h^2 = \pi h(b + h)$$



### ATIVIDADES PARA SALA – PÁG. 22

01

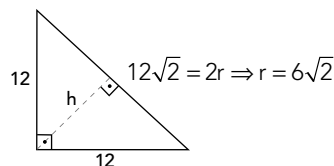


Pelo Teorema de Pitágoras:

$$(\overline{OM})^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow (\overline{OM})^2 = 25 \therefore \overline{OM} = 5 \text{ cm}$$

Como a distância  $\overline{OM}$  do ponto O ao plano  $\alpha$  é maior do que o raio R (5 cm > 4 cm), tem-se que o plano  $\alpha$  é exterior à esfera.

02 D



$$12 \cdot 12 = h \cdot 12\sqrt{2} \Rightarrow h = 6\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6\sqrt{2})^2 \cdot 6\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 36 \cdot 2 \cdot 6\sqrt{2}$$

$$V = 144\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$$

03 a)  $V_b = \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{27}{64} = \frac{99}{56} \text{ cm}^3$

b)  $d = \frac{m}{V} \Rightarrow 5,6 = \frac{m}{99} \Rightarrow m = 9,9 \text{ g}$

04 Sejam  $\begin{cases} r: \text{raio da esfera do recheio} \Rightarrow r = 1,5 \text{ cm} \\ r + 0,5 \text{ cm} = 2 \text{ cm}: \text{raio do bombom} \end{cases}$

Tem-se o seguinte:

$V_1$ : volume do recheio

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi (1,5)^3 \Rightarrow V_1 = \frac{9}{2} \pi \text{ cm}^3$$

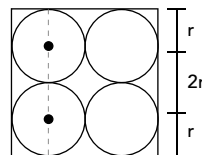
$V_2$  = volume do bombom

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 \Rightarrow V_2 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

Assim, o volume de chocolate é:

$$V_2 - V_1 = \frac{32\pi}{3} - \frac{9\pi}{2} = \frac{37\pi}{6} \text{ cm}^3 \approx 19,36 \text{ cm}^3$$

05 V, F, F



(V) Aresta do cubo menor =  $2r$

$$\text{Volume do cubo menor} = (2r)^3 = 8r^3$$

Aresta do cubo maior =  $4r$

$$\text{Volume do cubo maior} = (4r)^3 = 64r^3$$

O volume do cubo maior é oito vezes o volume do cubo menor.

(F)  $V_{\text{esfera}} = \frac{4\pi r^3}{3}$

(F)  $\frac{\text{Diagonal do cubo maior}}{\text{Diagonal do cubo menor}} = \frac{4r\sqrt{3}}{2r\sqrt{3}} = 2$



### ATIVIDADES PROPOSTAS – PÁG. 23

01 D

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3} \pi (2r)^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} = 8 \Rightarrow V_2 = 8V_1$$

02 B

$$V_2 = 3V_1$$

$$\frac{4}{3} \pi R_2^3 = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R_1^3$$

$$R_2 = \sqrt[3]{3} \cdot R_1$$

$$R_2 = \frac{\sqrt[3]{3}}{2} \text{ m}$$

03 B

Seja  $r$  o raio da esfera. Sabendo que o volume da esfera é  $2304\pi \text{ cm}^3$ , logo:

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 2304\pi \Leftrightarrow r = 12 \text{ cm}.$$

Portanto, a área da superfície de cada faixa é igual a

$$\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 12^2 = 24\pi \text{ cm}^2.$$

04  $V_1$ : volume da esfera de vidro

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5^3 \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \pi \cdot 125 \text{ cm}^3$$

$V_2$  = volume de 1 bola de gude

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$n$ : número de bolas de gude no interior da esfera

$$V_3 = n \cdot \frac{4\pi}{3} \text{ cm}^3 \text{ é o volume das } n \text{ bolas de gude.}$$

I.  $n > 125$

$$n \cdot \frac{4\pi}{3} > \frac{4\pi}{3} \cdot 125 \Rightarrow V_3 > V_1 \text{ (absurdo)}$$

II.  $n = 125$

$$n \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \cdot 125 \Rightarrow V_3 = V_1 \text{ (absurdo, pois haverá um espaço entre as bolas).}$$

Logo, a opção III é a verdadeira, pois  $n < 125 \Rightarrow V_3 < V_1$ , ou seja,  $V_1 = V_3 + V$ , em que  $V$  é o volume do ar que ocupa o espaço entre as bolas.

05 A

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 + \pi \cdot 2^2 \cdot 4$$

$$V = \frac{32\pi}{3} + 16\pi$$

$$V = \frac{32 \cdot 3}{3} + 16 \cdot 3$$

$$V = 80$$

06 B

$$V_{\text{boia}} = \frac{1}{3} \pi r^2 r + \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \frac{1}{2} = \pi r^3$$

$$V'_{\text{boia}} = \pi(1,5r)^3 = \pi r^3 \cdot \frac{27}{8}$$

07 a)  $V_1$ : volume da esfera de raio 4 cm

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 \Rightarrow V_1 = \frac{256}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$V_2$ : volume da esfera de raio  $\sqrt[3]{61}$  cm

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi (\sqrt[3]{61})^3 \Rightarrow V_2 = \frac{244\pi}{3} \text{ cm}^3$$

$V$ : volume da nova esfera

$$V = V_1 + V_2 = \frac{256\pi}{3} + \frac{244\pi}{3} = \frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Como  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ , então, tem-se:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{500\pi}{3} \Rightarrow R^3 = 125 \Rightarrow R = 5 \text{ cm}$$

b) Seja a regra de três:

massa(g)      volume( $\text{cm}^3$ )

$$7,8 \quad \text{---} \quad 1$$

$$m \quad \text{---} \quad \frac{500 \cdot 3}{3}$$

$$m = 500 \cdot 7,8 \text{ g} = 3900 \text{ g}$$

08 C

$V_1$ : volume do cilindro de base  $\overline{CD} = y$  e altura  $\overline{BC} = x$

$$V_1 = \pi \cdot \left(\frac{y}{2}\right)^2 \cdot x = \frac{\pi y^2 x}{4}$$

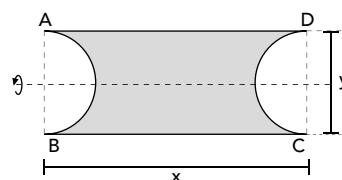
$V_2$ : volume da esfera (soma dos volumes de duas semiesferas) de raio  $\frac{y}{2}$

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot \left(\frac{y}{2}\right)^3 = \frac{\pi y^3}{6}$$

$V$ : volume do sólido gerado pela rotação

$$V = V_1 - V_2 = \frac{\pi y^2 x}{4} - \frac{\pi y^3}{6} = \frac{3\pi y^2 x - 2\pi y^3}{12}$$

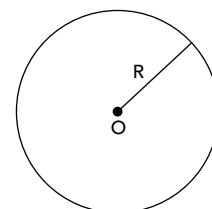
$$V = \frac{\pi y^2 (3x - 2y)}{12}$$



09 a) Dados:  $A_{\text{esfera}} = A_{\text{cone}}$ ;

$$V_{\text{cone}} = 12\pi;$$

$$r_{\text{cone}} = 3.$$



$$A_{\text{esfera}} = A_{\text{cone}}$$

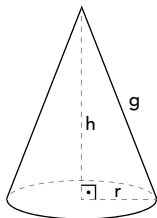
$$4\pi R^2 = \pi r(g+r)$$

$$4R^2 = 3(g+3) \quad \textcircled{1}$$

$$V_{\text{cone}} = 12\pi$$

$$\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = 12\pi \Rightarrow 3^2 \cdot h = 36 \Rightarrow h = 4 \text{ dm}$$

$$\text{Mas, } g^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow g^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow g = 5 \text{ dm}$$



Substituindo em  $\textcircled{1}$ , tem-se:

$$4R^2 = 3(g+3) \Rightarrow 4R^2 = 3(5+3) \Rightarrow R^2 = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{6} \text{ dm}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } V_{\text{esfera}} &= \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi \cdot (\sqrt{6})^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi \cdot 6\sqrt{6} \Rightarrow V_{\text{esfera}} = 8\pi\sqrt{6} \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

$$\textbf{10} \quad 2r + 2R = 3 \Rightarrow r + R = \frac{3}{2} \Rightarrow r = \frac{3}{2} - R$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 + \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9}{2} \Rightarrow$$

$$r^3 + R^3 = \frac{9}{8}$$

$$r^3 + R^3 = (r+R)(r^2 - Rr + R^2) = \frac{9}{8} \Rightarrow$$

$$r^2 - Rr + R^2 = \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{3}{2} - R\right)^2 - R \cdot \left(\frac{3}{2} - R\right) + R^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{4} - 3R + R^2 - \frac{3R}{2} + R^2 + R^2 = \frac{3}{4}$$

$$9 - 12R + 4R^2 - 6R + 8R^2 = 3$$

$$12R^2 - 18R + 6 = 0 \quad (:6)$$

$$2R^2 - 3R + 1 = 0$$

$$R = \frac{3 \pm 1}{4} \begin{cases} R = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \\ R = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 1 \text{ (não convém)} \end{cases}$$