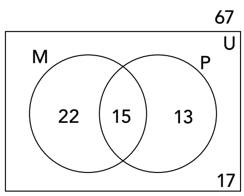
Resoluções

Capítulo 2

Teoria dos Conjuntos II

ATIVIDADES PARA SALA

01



a) (37 + 28) – (67 – 17) = 15
b) 37 – 15 = 22
c) 28 – 15 = 13
d) 22 + 13 = 35
e) 13 + 17 = 30
f) 22 + 17 = 39

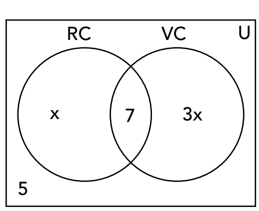
02 **B**

60% + 80% – 100% = 40%

03 **D**

Considere os conjuntos
- RC ⟶ dos participantes que fizeram rapel na cachoeira
- VC ⟶ dos participantes que visitaram a caverna

De acordo com os dados do problema, completa-se o diagrama de Venn.



n(U) = 44
n(U) = x + 7+ 3x + 5 = 4x + 12
Então, 4x + 12 = 44 ⇒ 4x = 32 ⇒ x = 8

Portanto n(VC) = 3x + 7
⇒ n(VC) = 3 · 8 + 7 ⇒
⇒ n(VC) = 24 + 7 ⇒ n(VC) = 31

04 **D**

A – (B ∪ C)

05 a) $0,222\ldots = 0,\bar{2} = \frac{2}{9}$

b) $-3,151515\ldots = -3,\overline{15} = -\left(\frac{315-3}{99}\right) = -\frac{312}{99} = -\frac{104}{33}$

c) $1,0\overline{43} = \frac{1043-10}{990} = \frac{1033}{990}$

d) $-5,12\bar{3} = -\left(\frac{5123-512}{900}\right) = -\frac{4611}{900}$

06 **D**

Resolvendo o sistema, tem-se:

$$\begin{cases} \frac{3(d-4)}{13} > 5 \quad \text{(I)} \\ 45 < 3m + d < 48 \quad \text{(II)} \end{cases}$$

I $\frac{3(d-4)}{13} > 5 \Rightarrow 3(d-4) > 65 \Rightarrow 3d - 12 > 65 \Rightarrow 3d > 77$

$\Rightarrow d > \frac{77}{3} \Rightarrow d > 25,666\ldots$

Portanto, **d** pode assumir os valores 26, 27, 28, 29, 30 e 31. Como nas opções só se tem 30 e 31, substitui-se na outra condição. Observe:

II $45 < 3m + 30 < 48$

$15 < 3m < 18 \therefore 5 < m < 6$ (não serve)

$45 < 3m + 31 < 48$

$14 < 3m < 17$

$\frac{14}{3} < m < \frac{17}{3}$

$4,66 < m < 5,666$

Portanto, m = 5.
Logo, será lançado no dia 31 de maio.

07 $P_x = 35 + t \cdot 0,5$
$P_y = 26 + t \cdot 0,65$
em que **t** são os minutos utilizados

O plano da empresa **x** passa a ser mais vantajoso que o da empresa **y** quando $P_x < P_y$.

Logo: $35 + t \cdot 0,5 < 26 + t \cdot 0,65$
$-0,15 \cdot t < -9 \times (-1)$
$0,15t > 9$
$t > 60$

Desse modo, o plano passa a ser mais vantajoso a partir de 60 minutos.

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 **E**

I. (V) Pois $P \subset \mathbb{Q}$
II. (F) Pois $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
III. (F) Pois $P \subset \mathbb{Q}$
IV. (F) Pois $6 \notin (\mathbb{R} \cap \mathbb{Q} \cap \mathbb{N} \cap P)$ por 6 não ser primo.
V. (V) Pois 5 é primo e $5 \in (\mathbb{Q} \cap P)$.

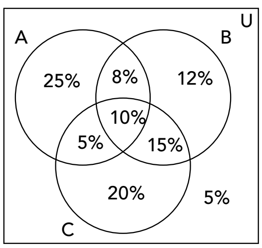
Logo, estão corretas as afirmações I e V.

02 a) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$95\% = 48\% + 45\% + 50\% - 18\% - 15\% - 25\% + n(A \cap B \cap C)$

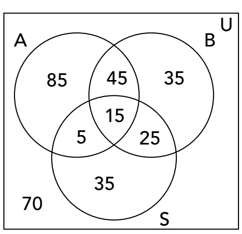
$n(A \cap B \cap C) = 10\%$

b)



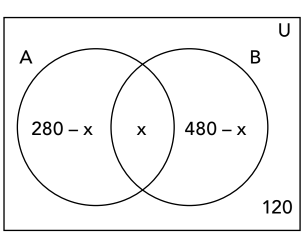
$25\% + 12\% + 20\% = 57\%$

03



a) $85 + 45 + 35 + 5 + 15 + 25 + 35 + 70 = 315$
b) $45 + 5 + 25 = 75$
c) $85 + 45 + 35 + 70 = 235$
d) $85 + 70 = 155$

04 **B**

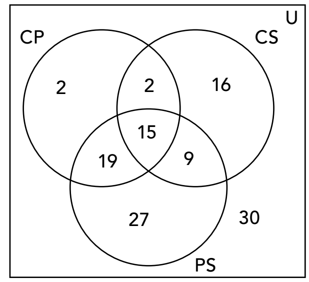


$A \Rightarrow \dfrac{35}{100} \cdot 800 = 280$

$B \Rightarrow \dfrac{60}{100} \cdot 800 = 480$

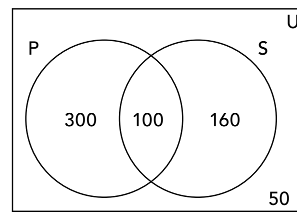
$280 - x + x + 480 - x + 120 = 800 \Rightarrow x = 80$

05 **A**



Do conjunto, entende-se que 30 funcionários não se enquadram em nenhuma das situações expostas. Logo, $\dfrac{30}{120} \cdot 100 = 25\%$

06



Fizeram a prova $300 + 100 + 160 + 50 \Rightarrow 610$ alunos.

07 **C**

Se 50% dos candidatos à Administração Pública são homens, logo 50% são mulheres, que por sua vez são 500. Assim, também há 500 homens na Administração Pública.

Se 1 000 candidatos correspondem aos 20% que escolheram Administração Pública, 4 000 correspondem aos 80% da Administração de Empresas, totalizando 5 000 candidatos.

Se 70% dos candidatos eram homens, há 3 500 homens ao todo, sendo 500 da Administração Pública. Então, 3 000 são da Administração de Empresas.

08

$$\left(0{,}999\ldots + \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}-\frac{1}{15}}\right) \cdot 30{,}4999\ldots \Rightarrow \left(0{,}\bar{9} + \frac{\frac{5+3}{15}}{\frac{9-1}{15}}\right) \cdot 30{,}4\bar{9}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{9} + \frac{\frac{\cancel{8}}{15}}{\frac{\cancel{8}}{15}}\right) \cdot \left(\frac{3049-304}{90}\right) \Rightarrow (1+1) \cdot \left(\frac{2745}{90}\right) =$$

$$= 2 \cdot \frac{61}{2} = 61$$

09 a) Para 25 minutos:

$$\begin{cases} C_{AD}\,(A) = 25 \cdot 0{,}5 = R\$\ 12{,}50 \\ C_{AD}\,(B) = 25 \cdot 0{,}8 = R\$\ 20{,}00 \\ C_{AD}\,(C) = 25 \cdot 1{,}2 = R\$\ 30{,}00 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} C_{total}\,(A) = 12{,}50 + 35{,}00 = 47{,}50 \\ C_{total}\,(B) = 20{,}00 + 20{,}00 = 40{,}00 \\ C_{total}\,(C) = 30{,}00 + 0 = 30{,}00 \end{cases}\right\rangle \text{O plano C é o mais vantajoso.}$$

b) $C_{total} = C_{fixo} + C_{AD}$

$C_{total}\,(A) < C_{total}\,(B)$
$35 + t \cdot 0{,}5 < 20 + t \cdot 0{,}8$
$-0{,}3t < -15 \times (-1)$
$t > \dfrac{15}{0{,}3} \Rightarrow t > 50$

$C_{total}\,(A) < C_{total}\,(C)$
$35 + t \cdot 0{,}5 < t \cdot 1{,}2$
$-0{,}7t < -35$
$t > \dfrac{35}{0{,}7} \Rightarrow t > 50$

O plano A é mais vantajoso que os outros dois a partir de 50 minutos.

10 V_A = valor da aula na faculdade A.
V_B = valor da aula na faculdade B.
N_A = nº de aulas por semana na faculdade A.
N_B = nº de aulas por semana na faculdade B.

A remuneração semanal é dada pelo produto do número de aulas pelo valor da aula. Para a remuneração semanal em A ser maior que em B, tem-se:

$N_A \cdot V_A > N_B \cdot V_B$

Mas $\begin{cases} V_B = \dfrac{4}{5}V_A \\ N_B = 30 - N_A \end{cases}$

Logo: $N_A \cdot \cancel{V_A} > (30 - N_A)\,\dfrac{4}{5}\,\cancel{V_A}$

$N_A > \dfrac{120 \cdot 4N_A}{5}$

$5N_A > 120 - 4N_A$

$9N_A > 120 \Rightarrow N_A > 13{,}\overline{33} \Rightarrow$ O menor número inteiro que satisfaz a desigualdade é 14. Portanto, ele deverá dar, no mínimo, 14 aulas em A.

11 **C**

$\begin{cases} 2t - 3960 \geq 0 \text{ (I)} \\ 3t - 6000 \leq 0 \text{ (II)} \end{cases}$

Resolvendo o sistema:

(I) $2t \geq 3960$
$t \geq 1980$

(II) $3t \leq 6000$
$t \leq 2000$

Fazendo (I) $\cap$ (II):

$1980 \leq t \leq 2000$

Portanto, os jovens viveram simultaneamente na cidade de São Paulo durante 20 anos.

12 **A**

Paulo: 35 min (natação) $\Rightarrow$ **t** min (tênis)
João: 30 min (tênis) $\Rightarrow$ **t** min (marcha atlética)
Tem-se que: $C_P = 75 \cdot 35 + t \cdot 65 = 65t + 2625$ $\therefore$
C_P é o consumo de Paulo em mL/kg
$C_J = 65 \cdot 30 + t \cdot 80 = 80t + 1950$ $\therefore$
C_J é o consumo de João em mL/kg

Tem-se que o consumo de João é menor ou igual que o de Paulo:
$80t + 1950 \leq 65t + 2625$
$15t \leq 675 \Rightarrow t \leq \dfrac{675}{15} \Rightarrow t \leq 45$

13 **D**

$V_M = 1{,}37 + 0{,}67\,(n - 1)$
$V_M = 0{,}67\,(n - 1) + 1{,}37$, em que

- O preço da mensagem deve ser superior a R$ 10,00, logo:

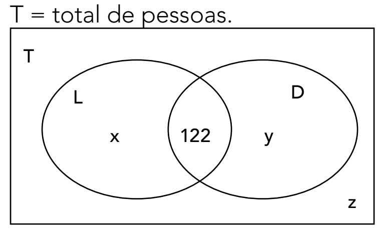
  $V_M > 10$
  $0{,}67\,(n - 1) + 1{,}37 > 10$
  $0{,}67n - 0{,}67 + 1{,}37 > 10$
  $\Rightarrow 0{,}67n > 9{,}3$
  $n > \dfrac{9{,}3}{0{,}67}$
  $n > 13{,}88$

  $\begin{cases} V_M \text{ é o valor da mensagem.} \\ \textbf{n} \text{ é o número de páginas da mensagem.} \end{cases}$

- O menor inteiro que satisfaz a inequação é 14. Logo, o número mínimo de páginas é 14.

14 **B**

L = pessoas que compram o líquido.
D = pessoas que compram as drágeas.
T = total de pessoas.



De acordo com as informações dadas, é possível inferir que:

- $\dfrac{1}{3}T = x + z$
- $\dfrac{2}{7}T = y + z$
- (1) $\dfrac{1}{5}T = z$

$\dfrac{1}{3}T = x + \dfrac{1}{5}T \Rightarrow \dfrac{2}{15}T = x$

$+$

$\dfrac{2}{4}T = y + \dfrac{1}{5}T \Rightarrow \dfrac{3}{35}T = y$

Somando as duas equações, tem-se: (2) $x + y = \dfrac{23}{105}T$.

O total de pessoas entrevistadas T é dado por:

(3) T = x + y + z + 122
Substituindo (1) e (2) em (3), tem-se:

$T = \underbrace{x + y}_{\frac{23T}{105}} + \dfrac{1}{5}T + 122$

$\dfrac{4T}{5} = \dfrac{23T}{105} + 122$

Tirando o m.m.c.:

$\dfrac{84T = 23T + 12810}{\cancel{105}}$

$61T = 12810$

$T = \dfrac{12810}{61}$

$T = 210$