



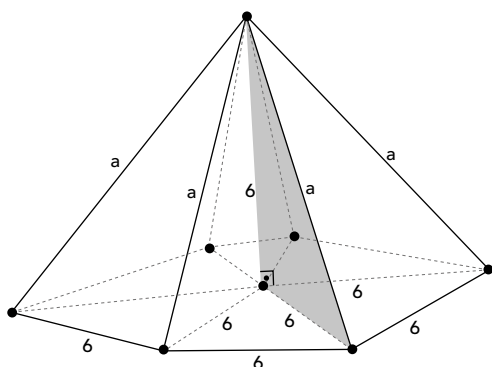
Módulo 9

Geometria Espacial II – Pirâmide; Tronco de pirâmides de bases paralelas



Atividades para sala

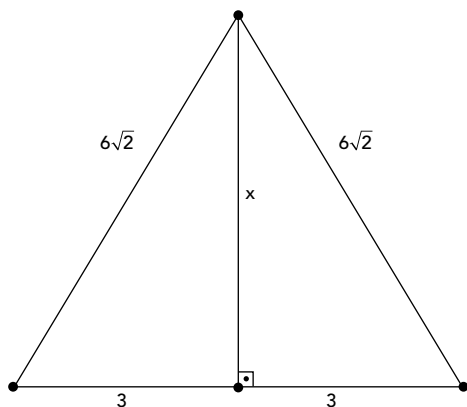
01 C



A partir do centro, pode-se decompor um hexágono regular em seis triângulos equiláteros.

Então: $a^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow a = 6\sqrt{2}$ (aresta lateral da pirâmide)

Na face lateral da pirâmide, tem-se:



Pitágoras: $(6\sqrt{2})^2 = x^2 + 3^2 \therefore x = 3\sqrt{7}$ (apótema da pirâmide)

Portanto:

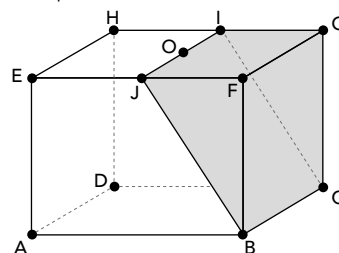
$$\text{Área lateral da pirâmide} = 6 \cdot \left(\frac{6 \cdot 3\sqrt{7}}{2} \right) = 54\sqrt{7} \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral do prisma} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ cm}^2$$

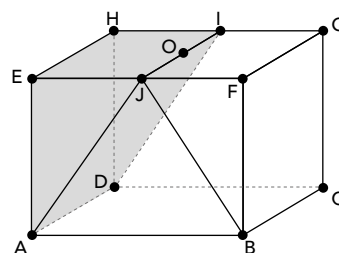
$$\text{Área lateral do porta-joias} = 216 + 54\sqrt{7} = 54(4 + \sqrt{7}) \text{ cm}^2$$

02 E

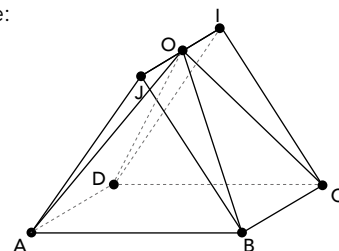
- I. O sólido retirado correspondente ao primeiro corte equivale a um prisma (BFJCGI):



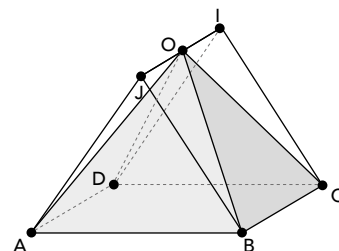
- II. O sólido retirado correspondente ao segundo corte equivale a um prisma (AJEDIH):



- III. Após a retirada dos dois primeiros prismas triangulares, obtém-se:



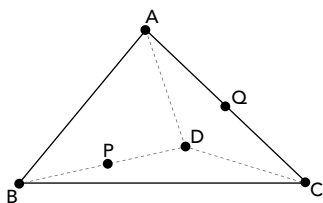
- IV. Finalmente, para se obter a pirâmide O-ABCD, basta suprimir os tetraedros B-OJA e C-OID.



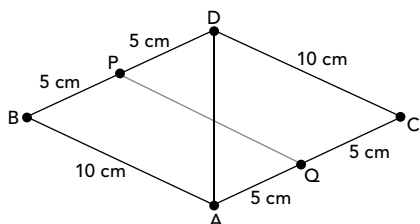
Portanto, os sólidos descartados são: dois prismas triangulares congruentes e dois tetraedros congruentes, isto é, os sólidos descartados são iguais dois a dois.

03 D

Do enunciado, tem-se o tetraedro regular a seguir, em que P e Q são pontos médios de arestas reversas.



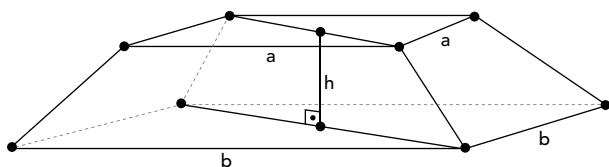
Colocando as faces ABD e ACD em um mesmo plano:



Como APQC é um paralelogramo, encontra-se $PQ = 10$ cm, que corresponde à menor distância entre P e Q caminhada sobre a superfície do tetraedro.

04 A

Inicialmente, veja a ilustração:



Agora, pode-se escrever as seguintes relações:

- Soma dos perímetros (bases): $4a + 4b = 32$
- Soma das áreas (bases): $a^2 + b^2 = 34$
- Volume do tronco: $\frac{h}{3} \cdot (a^2 + b^2 + ab) = 245$

Logo, $4a + 4b = 32 \Rightarrow a + b = 8 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 64$

Substituindo o valor de $a^2 + b^2$:

$$34 + 2ab = 64 \therefore ab = 15$$

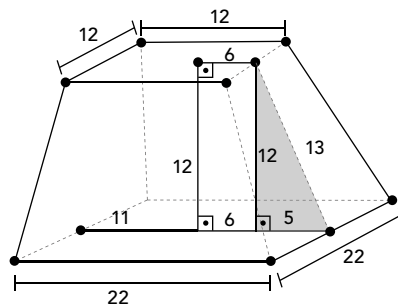
Assim:

$$\frac{h}{3} \cdot \left(\underbrace{a^2 + b^2}_{34} + \underbrace{ab}_{15} \right) = 245 \Rightarrow \frac{h}{3} \cdot (49) = 245$$

$$\Rightarrow 49h = 735 \Rightarrow h = 15 \text{ cm}$$

05 D

Com base no enunciado, tem-se a ilustração a seguir:



Volume de um tronco de pirâmide

$$V_{\text{tronco}} = \frac{h_t}{3} \cdot (B + B' + \sqrt{B \cdot B'}), \text{ em que } h_t = 12$$

$$B = 12^2 = 144$$

$$B' = 22^2 = 484$$

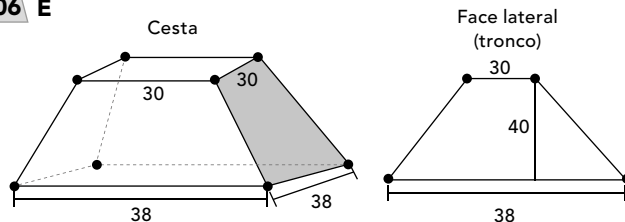
$$\sqrt{B \cdot B'} = \sqrt{12^2 \cdot 22^2} = 264$$

Então,

$$V_{\text{tronco}} = \frac{12}{3} \cdot (144 + 484 + 264) =$$

$$= 3568 \text{ m}^3 = 3568000 \text{ L} \approx 3,6 \text{ milhões}$$

06 E



$$\text{Área}_{\text{total do tronco}} = \text{área}_{\text{base menor do tronco}} + 4 \cdot (\text{faces laterais})$$

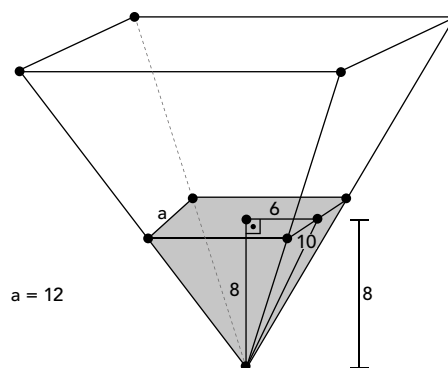
Então:

$$\text{Área}_{\text{total do tronco}} = 30^2 + 4 \cdot \left[\frac{(38 + 30) \cdot 40}{2} \right] = 6340 \text{ cm}^2 = 0,634 \text{ m}^2.$$



Atividades propostas

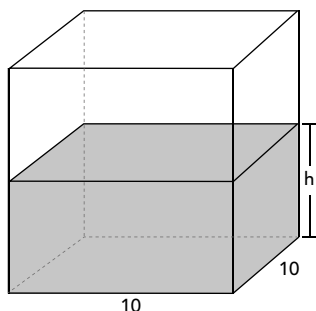
01 C



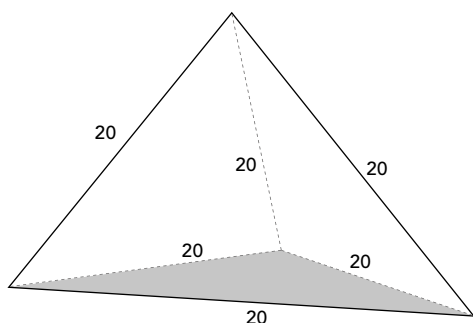
Após a transferência da água para o cubo, tem-se:

$$10 \cdot 10 \cdot h = \frac{12 \cdot 12 \cdot 8}{3}$$

$$h = 3,84 \text{ cm}$$



02 C



I. Área (base) = A_B

$$A_B = \left(\frac{20^2 \sqrt{3}}{4} \right) = 100\sqrt{3} = 173 \text{ cm}^2$$

$$\text{Custo} = 173 \cdot 5 = \text{R\$} 865,00$$

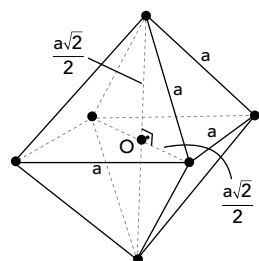
II. Área (lateral) = A_L

$$A_L = 3 \cdot \frac{20^2 \sqrt{3}}{4} = 519 \text{ cm}^2$$

$$\text{Custo} = 519 \cdot 30 = \text{R\$} 15570$$

Logo, o custo total é de R\$ 16 435.

03 D



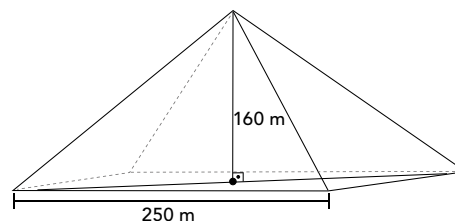
Octaedro regular $\Rightarrow$ o ponto O equidista de todos os vértices.

Então:

$$V_{\text{octaedro}} = \left(\frac{a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{3} \right) \cdot 2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3} = 72\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

Logo: $a = 6 \text{ cm}$.

04 E



Então,

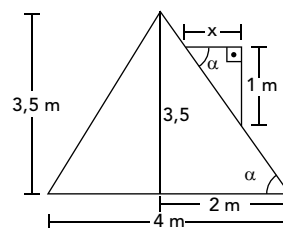
$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{(\text{área da base}) \cdot (\text{altura})}{3} = \frac{250^2 \cdot 160}{3} \text{ m}^3.$$

Logo:

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{10}{3} \cdot 10^6 \text{ m}^3 \Rightarrow V_{\text{pirâmide}} \approx 3,3 \text{ milhões de m}^3.$$

05 A

Pela condição dada, tem-se:



$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &= \frac{3,5}{2} \\ \text{tg } \alpha &= \frac{1}{x} \end{aligned} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3,5}{2} \Rightarrow 3,5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3,5} \approx 0,571 \text{ m}$$

Logo: $x \approx 57 \text{ cm}$

06 C

I. Área da base maior = $2,7 \cdot 4,5 = 12,15 \text{ cm}^2$

II. Área da base menor = $3 \cdot 1,8 = 5,4 \text{ cm}^2$

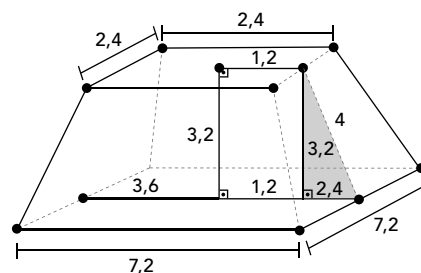
$$\text{III. } V_{\text{tronco}} = \frac{3}{3} \cdot (12,15 + 5,4 + \sqrt{12,15 \cdot 5,4}) = 25,65 \text{ cm}^3$$

Então:

$$V_{\text{gelo}} = 1,08 \cdot V_{\text{tronco}} = 27,70 \text{ cm}^3$$

07 B

Com base no enunciado, tem-se a ilustração a seguir:



Área lateral do tronco de pirâmide:

$$A_L = 4 \cdot \frac{(7,2 + 2,4) \cdot 4}{2} = 76,8 \text{ m}^2$$

Área de trapézio

Por regra de três direta, tem-se:

$$\begin{array}{lcl} 1 \text{ galão} & \text{---} & 11 \text{ m}^2 \\ x \text{ galões} & \text{---} & 76,8 \text{ m}^2 \end{array}$$

$$x \cong 7 \text{ galões}$$

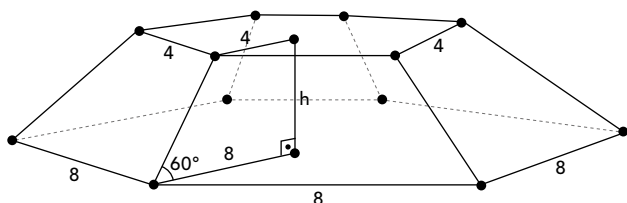
Logo, o número mínimo de galões a serem comprados é 7.

08 C

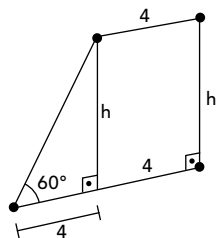
De posse das características do cesto, identifica-se, na alternativa C, a figura mais adequada, pois as bases são representadas por quadrados, e nas faces laterais, trapézios e retângulos.

09 C

A seguir, está ilustrada a figura relativa ao enunciado.



Para encontrar a altura do tronco, basta focar-se no trapézio a seguir.



$$\text{Veja que } \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{h}{4} = \sqrt{3} \Rightarrow h = 4\sqrt{3}.$$

Agora, calculam-se as seguintes medidas:

■ Área da base maior:

$$B = 6 \cdot \left(\frac{8^2 \sqrt{3}}{4} \right) = 96\sqrt{3} \text{ m}^2$$

Triângulo equilátero

■ Área da base menor:

$$B' = 6 \cdot \left(\frac{4^2 \sqrt{3}}{4} \right) = 24\sqrt{3} \text{ m}^2$$

Triângulo equilátero

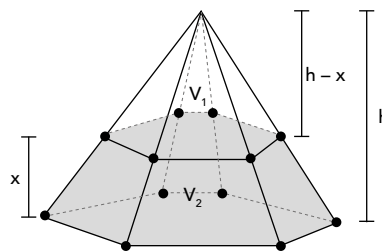
■ Volume do tronco:

$$V_T = \frac{h}{3} (B + B' + \sqrt{B \cdot B'})$$

Substituindo:

$$V_T = \frac{4\sqrt{3}}{3} (96\sqrt{3} + 24\sqrt{3} + \sqrt{96\sqrt{3} \cdot 24\sqrt{3}}) \therefore V_T = 672 \text{ m}^3$$

10 D



Semelhança:

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \left(\frac{h-x}{h} \right)^3 = \frac{1}{2}$$

Dessa forma:

$$\frac{h-x}{h} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

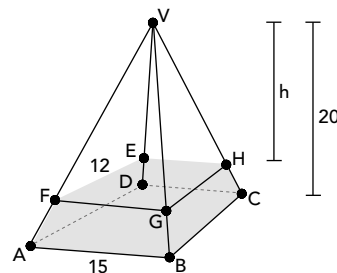
$$h\sqrt[3]{2} - x\sqrt[3]{2} = h \Rightarrow h\sqrt[3]{2} - h = x\sqrt[3]{2} \Rightarrow h(\sqrt[3]{2} - 1) = x\sqrt[3]{2}$$

Logo:

$$2\sqrt[3]{2} = x\sqrt[3]{2} \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

11 B

De acordo com o enunciado, tem-se:



$$\text{I. Semelhança (pirâmides)} \Rightarrow \frac{h}{20} = \frac{12}{15} \Rightarrow h = 16 \text{ cm}$$

II. Volume do tronco: V_t

$$V_t = \frac{15^2 \cdot 20}{3} - \frac{12^2 \cdot 16}{3} \Rightarrow V_t = 732 \text{ cm}^3$$

12 E

$$\text{I. Área (face lateral)} = \frac{(27+19) \cdot 30}{2} = 690 \text{ cm}^2$$

$$\text{II. Área (lateral)} = 4 \cdot 690 = 2760 \text{ cm}^2$$

Logo:

$$\text{Área (desejada)} = 19^2 + 2760 = 3121 \text{ cm}^2 = 0,3121 \text{ m}^2$$