Resoluções

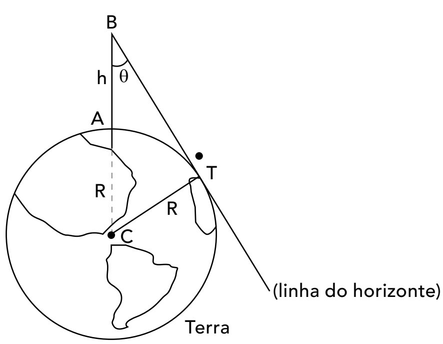
Capítulo 2

Triângulo retângulo

ATIVIDADES PARA SALA

01 **C**

O triângulo BCT é retangular em T. Logo, tem-se o seguinte:



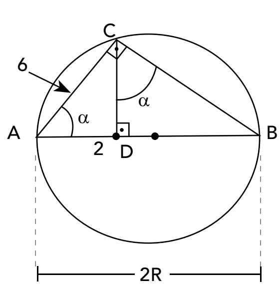
$$\text{sen}\ \theta = \frac{R}{R+h} \Rightarrow R = R \cdot \text{sen}\ \theta + h \cdot \text{sen}\ \theta \Rightarrow$$

$R(1 - \text{sen}\ \theta) = h \cdot \text{sen}\ \theta$

Então, $R = \dfrac{h \cdot \text{sen}\ \theta}{1 - \text{sen}\ \theta}$.

02 Quando o diâmetro do círculo é lado do triângulo inscrito, o triângulo é retângulo e o diâmetro é a hipotenusa. Completando, então, os triângulos retângulos, tem-se o seguinte:

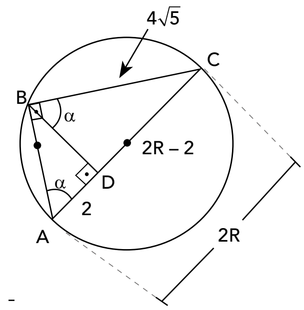
a)



Calculando o cosseno de α nos triângulos ABC e ACD:

$$\cos\alpha = \frac{6}{2R} = \frac{2}{6} \Rightarrow 4R = 36 \Rightarrow R = 9.$$

b)

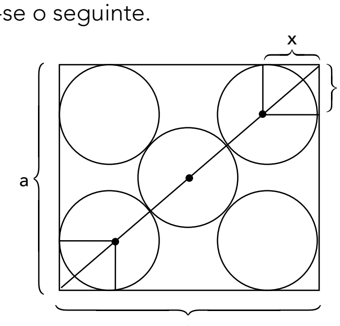


Calculando o seno de α nos triângulos ABC e BCD:

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{4\sqrt{5}}{2R} = \frac{2R-2}{4\sqrt{5}} \Rightarrow 16 \cdot 5 = 4R^2 - 4R \Rightarrow R^2 - R - 20 = 0$$

Logo, R = 5 ou R = – 4 (não convém). Logo, R = 5.

03 Sendo **a** a medida do lado do quadrado e **x** a medida do raio, tem-se o seguinte.



I. $a = 32(\sqrt{2}+1)\,m$

II. Diagonais dos quadrados (maior e menor):
$D = a\sqrt{2}$ e $d = x\sqrt{2}$

III. Diagonal do quadrado maior = (4 raios) + 2 · (diagonal do quadrado menor):

$$a\sqrt{2} = 4 \cdot x + 2 \cdot x\sqrt{2}$$

$$a\sqrt{2} = 2x \cdot (2 + \sqrt{2})$$

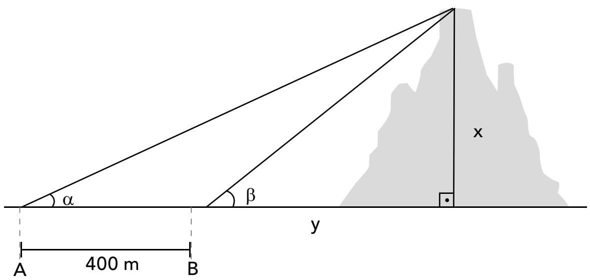
$$x = \frac{a\sqrt{2}}{2 \cdot (2+\sqrt{2})} \cdot \frac{(2-\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})}$$

$$x = \frac{2\sqrt{2} \cdot a - 2a}{2 \cdot (4-2)}$$

$$x = \frac{2a(\sqrt{2}-1)}{4} = \frac{a(\sqrt{2}-1)}{2}$$

Logo, $x = \dfrac{32(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{2} \Rightarrow x = \dfrac{32(2-1)}{2} = 16$ metros.

04 Considerando os dados da figura seguinte, tem-se:



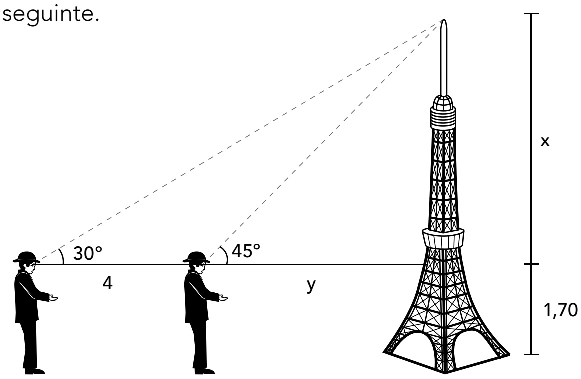
I. $\text{tg}\,\beta = \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{6} \Rightarrow x = 5\,k \text{ e } y = 6\,k$

II. $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{x}{400+y} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{5\,k}{400+6\,k} = \dfrac{1}{2}$

$10k = 400 + 6\,k \Rightarrow k = 100$

Logo, x =500 e y = 600.

05 Considerando os dados da figura seguinte, tem-se o seguinte.



I. $\text{tg}\,45° = \dfrac{y}{x} = 1 \Rightarrow y = x$

II. $\text{tg}\,30° = \dfrac{x}{y+4} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \dfrac{x}{x+4} = \dfrac{1{,}7}{3}$

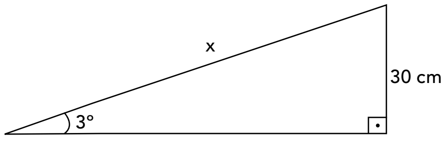
$3x = 1{,}7x + 6{,}8 \Rightarrow 1{,}3x = 6{,}8 \Rightarrow x = \dfrac{68}{13} \cong 5{,}23$

Logo, a altura da torre é x + 1,70 = 6,93 m.

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 **A**

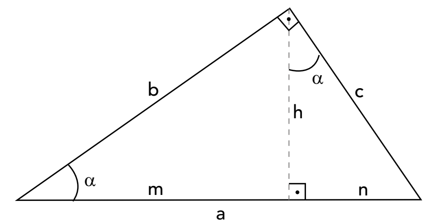
Completando o triângulo retângulo, tem-se o seguinte:



$\text{sen}\,3° = \dfrac{30}{x} = 0{,}05 \Rightarrow 0{,}05x = 30 \Rightarrow x = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$

02 **C**

Considere a figura a seguir, em que **a**, **b** e **c** são os lados procurados.



I. Foram dados m – n = 7, isto é, m = n + 7 e h = 12.

II. $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{h}{m} = \dfrac{n}{h} \Rightarrow h^2 = m \cdot n \Rightarrow$

$(n+7) \cdot n = 144 \Rightarrow n^2 + 7n - 144 = 0$

Logo, n = 9 ou n = – 16 (não convém).

III. $m = n + 7 \Rightarrow m = 9 + 7 = 16$

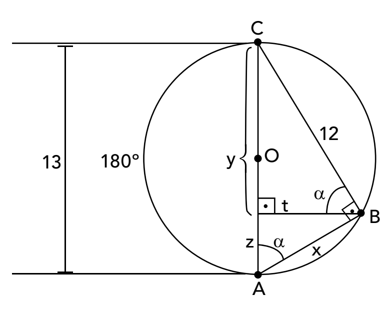
IV. $h^2 = 16 \cdot 9 \Rightarrow h = 12$

V. $a = m + n \Rightarrow a = 16 + 9 = 25$

VI. $\cos\alpha = \dfrac{b}{a} = \dfrac{m}{b} \Rightarrow b^2 = 16 \cdot 25 \Rightarrow b = 20$

VII. $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{c}{a} = \dfrac{n}{c} \Rightarrow c^2 = 9 \cdot 25 \Rightarrow c = 15$

03



I. $\hat{ABC} = \dfrac{180°}{2} = 90°$ (ângulo inscrito)

II. $13^2 = x^2 + 12^2 \Rightarrow 169 - 144 = x^2 \Rightarrow x = 5$

III. $\cos\alpha = \dfrac{z}{x} = \dfrac{x}{13} \Rightarrow z = \dfrac{25}{13}$

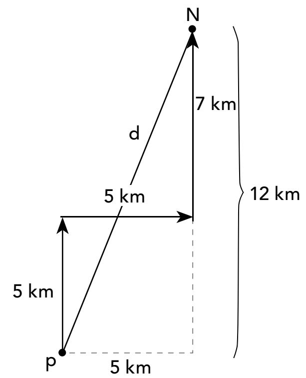
IV. $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{y}{12} = \dfrac{12}{13} \Rightarrow y = \dfrac{144}{13}$

V. $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{t}{z} = \dfrac{y}{t} \Rightarrow t^2 = \dfrac{25}{13} \cdot \dfrac{144}{13} \Rightarrow t = \dfrac{5 \cdot 12}{13} = \dfrac{60}{13}$

Respostas: $x = 5$, $y = \dfrac{144}{13}$, $z = \dfrac{25}{13}$ e $t = \dfrac{60}{13}$.

04 **B**

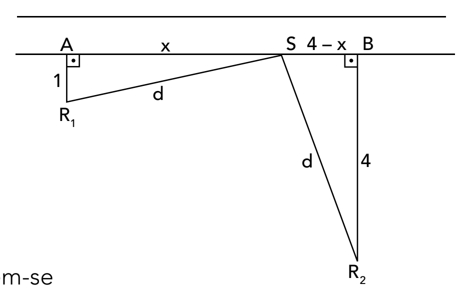
Completando o triângulo retângulo, tem-se o seguinte:



Na figura, $\overline{PN} = d$. Então,
$d^2 = 5^2 + 12^2$
$d^2 = 25 + 144$
$d = 13$

05 **C**

Considere a figura seguinte relativa ao problema.



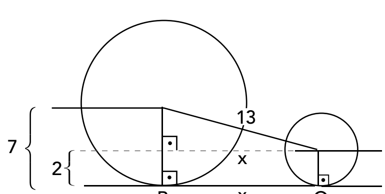
Tem-se

$$\begin{cases} d^2 = x^2 + 1^2 \\ d^2 = (4 - x)^2 + 4^2 \end{cases}$$

$x^2 + 1 = x^2 - 8x + 16 + 16$
$8x = 31$
$x = 3{,}875$ km $= 3\,875$ m

06 **E**

Considere o seguinte modelo matemático, relativo à situação-problema.



Usando o Teorema de Pitágoras, tem-se o seguinte:

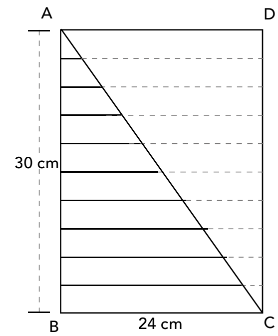
$13^2 = (7 - 2)^2 + x^2$

$169 = 25 + x^2$

$x^2 = 144$

$x = 12$

07 **B**

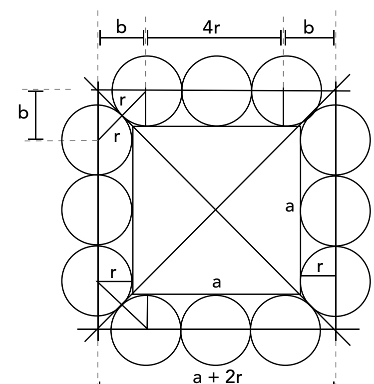


Soma pedida:

$$\frac{9 \cdot 24}{2} = 108 \text{ cm} = 1{,}08 \text{ m}$$

(AD e BC não entram na soma)

08 Considerando as retas que passam nos centros dos círculos e sendo $a = 2\sqrt{7}$ a medida do lado do quadrado fornecido, obtém-se outro quadrado de lado $a + 2r$. Veja.



(Dado: $a = 2\sqrt{7}$)

I. $(2r)^2 = b^2 + b^2 \Rightarrow 2b^2 = 4r^2 \Rightarrow b = r\sqrt{2}$

II. Lado do quadrado maior:

$2b + 4r = a + 2r$

$2r = a - 2b$

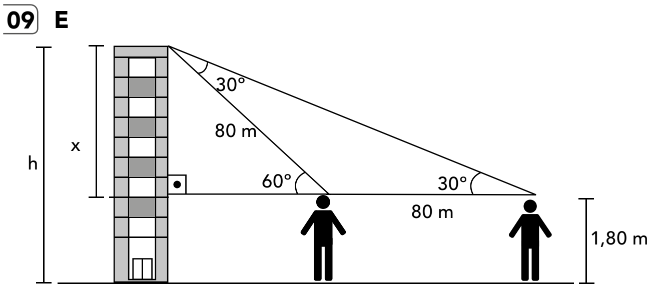
$2r = 2\sqrt{7} - 2r\sqrt{2}$

$r = \sqrt{7} - r\sqrt{2}$

$r \cdot (1 + \sqrt{2}) = \sqrt{7}$

$r = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{7} \cdot (\sqrt{2} - 1)$

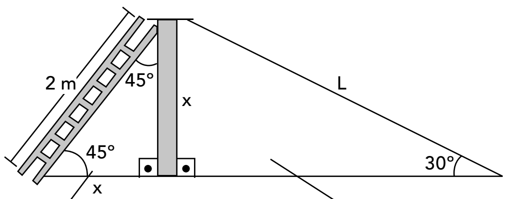
09 **E**



$\text{sen } 60° = \dfrac{x}{80} \Rightarrow x = 80 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 40 \cdot 1{,}73 = 69{,}2 \text{ m}$

$h = 69{,}2 + 1{,}8 = 71 \text{ m}$

10 **B**



$x^2 + x^2 = 2^2$

$x = \sqrt{2}$

$\text{sen } 30° = \dfrac{\sqrt{2}}{L} \Rightarrow L = 2 \cdot \sqrt{2}$