Resoluções

Capítulo 3

Relação binária e função

ATIVIDADES PARA SALA

01 a) $3a - 2 = 4$
$3a = 6$
$a = 2$

$b + 4 = 3$
$b = 3 - 4$
$b = -1$

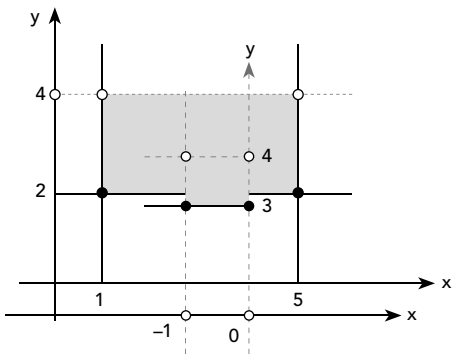
b) $\begin{cases} a - b = -5 \\ a + b = 4 \end{cases}$

$2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$b = 4 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow b = \frac{9}{2}$

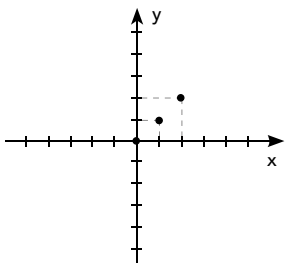
02 $A = \{-2, 1, 3, 5\}$
$B = \{4, 6\}$
$B^2 = \{(4, 4), (4, 6), (6, 4), (6, 6)\}$
$n(P(A)) + n(P(B)) = 2^4 + 2^2 = 20$

03 a)
b)

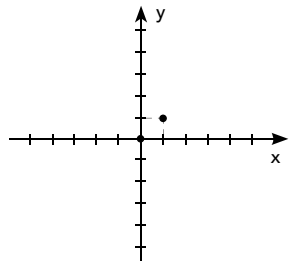


04 a) $R_1 = \{(-2, 4), (0, 0)\}$
b) $R_2 = \{(0, -2)\}$
c) $D(R_1) = \{-2, 0\}$; $D(R_2) = \{0\}$
d) $Im(R_1) = \{4, 0\}$; $Im(R_2) = \{-2\}$
e) $R_1^{-1} = \{(4, -2), (0, 0)\}$; $R_2^{-1} = \{(-2, 0)\}$

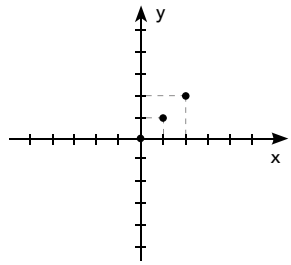
05 a)



b)



c)



06 a) $f(0) = -3 \cdot (0)^2 - 2 \cdot (0) + 1 = 1$

b) $3f(-1) + 5f(2) \Rightarrow$
$\Rightarrow 3[-3(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 1] + 5 \cdot [-3 \cdot (2)^2 - 2 \cdot (2) + 1] \Rightarrow$
$\Rightarrow 3[\cancel{-3} + \cancel{2} + \cancel{1}] + 5[-12 - 4 + 1] \Rightarrow$
$\Rightarrow 3 \cdot 0 + 5 \cdot (-15) = -75$

c) $-3x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (-1)$
$3x^2 + 2x - 1 = 0$
$\Delta = 4 + 12 = 16$

$x = \frac{-2 \pm 4}{6} \begin{cases} x = -1 \\ \text{ou} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$

07 a) $f(8) = 3 \cdot (8) - 1 = 23$

b) $f(0) = 2 \cdot (0) + 3 = 3$

c) $f(5) \cdot f(-1) - f(-2) + f(3) = 14 \cdot 1 - (-1) + 9 =$
$\Rightarrow 14 + 1 + 9 = 24$

d) ■ Se $x > 3 \Rightarrow 3x - 1 = 0$

$x = \frac{1}{3}$ (incorreto, pois **x** deveria ser maior que 3.)

■ Se $x \leq 3 \Rightarrow 2x + 3 = 0$

$x = -\frac{3}{2}$

08 $2x-1=\dfrac{x}{3+x} \Rightarrow (2x-1)(3+x)=x$

$\Rightarrow \ 6x+2x^2-3-x=x$

$2x^2+4x-3=0$

$\Delta = 16+24=40$

$x=\dfrac{-4\pm 2\sqrt{10}\ :2}{4\ :2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{10}}{2}$

ATIVIDADES PROPOSTAS

01 $n(F \cdot G) = n(F) \cdot n(G) = 4 \cdot 3 = 12$

02 Diagrama de flechas:

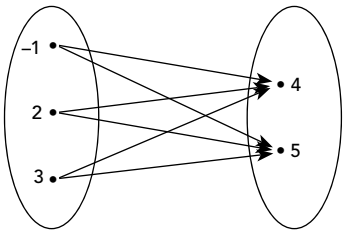
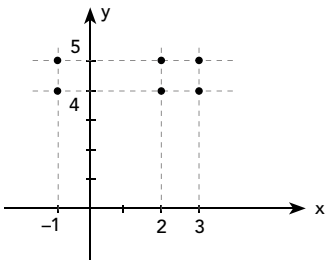


Diagrama cartesiano:



03 a) $A = \{-2, 0\}$

b) $B = \{4, 5, -4\}$

c) $B \cdot A = \{(4, -2), (4, 0), (5, -2), (5, 0), (-4, -2), (-4, 0)\}$

d) $A^2 = \{(-2, -2), (-2, 0), (0, -2), (0, 0)\}$

04 $4096 = 2^{12} \Rightarrow$ K possui 12 elementos.

$1024 = 2^{10} \Rightarrow$ T possui 10 elementos.

$n(K \cdot T) = 12 \cdot 10 = 120$

05 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $\quad B = \{3, 4\}$

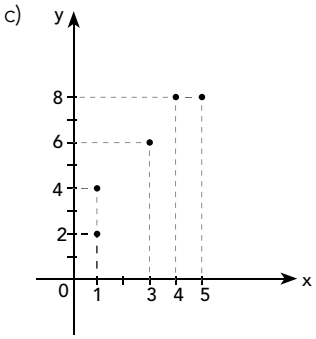
$B \cdot A = \{(3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

$R = \{(3, 0), (3, 1), (3, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

06 a) $D = \{1, 3, 4, 5\}$; $Im = \{2, 4, 6, 8\}$

b) $R = \{(1, 2), (1, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 8)\}$

c)



07 **E**

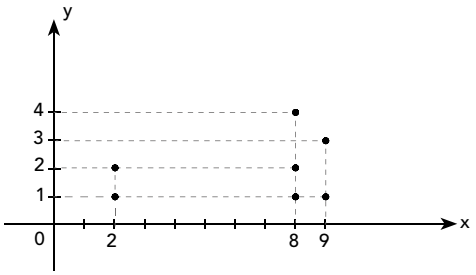
$y \geq 0 \Rightarrow x-5 \geq 0$

$x \geq 5$

08 $A = \{-2, -1, 1, 2\}$; $B = [-3, 3[$

09 $R = \{(1, 2), (1, 8), (1, 9), (2, 2), (2, 8), (3, 9), (4, 8)\}$

$R^{-1} = \{(2, 1), (8, 1), (9, 1), (2, 2), (8, 2), (9, 3), (8, 4)\}$



10 a) $f(3)+f(5)\cdot g(2)=\dfrac{9-1}{6}+\dfrac{15-1}{10}\cdot\dfrac{1+2}{2}=$

$=\dfrac{8}{6}+\dfrac{14}{10}\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{4}{3}+\dfrac{21}{10}=\dfrac{103}{30}$

b) $f(-1)\cdot g(-3)+g(7)=\dfrac{-3-1}{-2}\cdot\dfrac{1-3}{-3}+\dfrac{1+7}{7}=$

$=2\cdot\dfrac{2}{3}+\dfrac{8}{7}=\dfrac{4}{3}+\dfrac{8}{7}=\dfrac{52}{21}$

11 $\dfrac{9x-1}{4}=5 \Rightarrow 9x-1=20 \Rightarrow x=\dfrac{21}{9} \Rightarrow x=\dfrac{7}{3}$

12 a) $f(2)-f(100)=-4-\dfrac{100}{4}=-4-25=-29$

b) $f(3,5)\cdot f(0,5)=-2\cdot(3,5)\cdot[0,5+1]=-7\cdot\dfrac{3}{2}=-\dfrac{21}{2}$

13 **A**

$f(x) = ax + b$

$$\frac{f(10^{-8}) - f(10^3)}{10^{-8} - 10^3} = \frac{a \cdot 10^{-8} + b - (a \cdot 10^3 + b)}{10^{-8} - 10^3} =$$

$$= \frac{a \cdot 10^{-8} + \cancel{b} - a \cdot 10^3 - \cancel{b}}{10^{-8} - 10^3} =$$

$$= \frac{a \cdot (\cancel{10^{-8} - 10^3})}{\cancel{10^{-8} - 10^3}} = a$$

14 a) $\begin{cases} \text{Para } f(0), \text{ tem-se } x + 1 = 0 \therefore x = -1 \\ \text{Logo, } f(0) = 3(-1)^2 - 6(-1) = 3 + 6 \Rightarrow f(0) = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} \text{Para } f(5), \text{ tem-se } x + 1 = 5 \therefore x = 4 \\ \text{Logo, } f(5) = 3(4)^2 - 6(4) = 48 - 24 \Rightarrow f(5) = 24 \end{cases}$

b) $x + 1 = k \Rightarrow x = k - 1$

Logo:

$f(k) = 3(k - 1)^2 - 6(k - 1)$

$f(k) = 3(k^2 - 2k + 1) - 6k + 6$

$f(k) = 3k^2 - 6k + 3 - 6k + 6 \Rightarrow f(k) = 3k^2 - 12k + 9$

Então, fazendo k = x, tem-se : $f(x) = 3x^2 - 12x + 9$

15 Observe a distribuição dos 34 m³:
10 m³ custam 8,09
10 m³ custam 10 · 1,26 = 12,60
10 m³ custam 3,15 · 10 = 31,50
4 m³ custam 3,15 · 4 = 12,60
Total de gastos com água:
8,09 + 12,60 + 31,50 + 12,60 = 64,79
Da conta apresentada, conclui-se que o gasto com esgoto é igual ao gasto com água. Assim, o valor total é:
2 · 64,79 = 129,58 reais.

16 a) R$ 1 000,00 ⇒ a parcela a deduzir é nula.
R$ 2 000,00 ⇒ 15% de 2 000 = 300 e o imposto é 300 – 150 = 150 reais.

b) Como a renda R$ 2 000,00 está incluída em duas faixas, o imposto deve coincidir quando calculado nos dois casos:
- Faixa de 1 000 a 2 000, o imposto é 150 reais.
- Faixa de 2 000 a 3 000, o imposto é 0,2 · 2 000 – parcela
  ⇒ 150 = 400 – parcela
  parcela = 250 reais.

Pela 3ª faixa, o imposto referente a R$ 3 000,00 é:
0,2 · 3 000 – 250 = 350 reais.
Para a 4ª faixa, tem-se:

$$\frac{x}{100} \cdot 3000 - 475 = 350 \Rightarrow x = 27,5\%$$