

Resoluções

Capítulo 15

Análise combinatória II – Arranjos simples



ATIVIDADES PARA SALA

01 A

$$\frac{5!}{(5-2)!} + \frac{3!}{(3-3)!} + \frac{9!}{(9-0)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} + \frac{3!}{0!} + \frac{9!}{9!} = (5 \cdot 4) + (3 \cdot 2 \cdot 1) + (1) = 27$$

02 D

$$\frac{A_{n,3}}{A_{n-1,2}} = \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-2)!}} = \frac{n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n$$

03 A

Supondo que as cadeiras não estejam dispostas circularmente, tem-se: $A_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$.

04 D

O número de opções que eles terão para escolher seus respectivos armários é igual ao arranjo de 8 armários tomados 2 a 2.

$$A_{8,2} = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 8 \cdot 7 = 56$$

05 C

$$A_{6,3} = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 120$$



ATIVIDADES PROPOSTAS

01 $\frac{x!}{(x-2)!} = 20 \Rightarrow \frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)!}{(x-2)!} = 20$

$$x(x-1) = 20 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$x = -4 \text{ (não convém) ou } x = 5$$

$$S = \{5\}$$

02 E

$$\begin{aligned} \frac{A_{n-1,3}}{A_{n,3}} &= \frac{\frac{(n-1)!}{(n-1-3)!}}{\frac{n!}{(n-3)!}} = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)\cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!} \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)!} = \\ &= \frac{\cancel{(n-1)}\cancel{(n-2)}(n-3)}{n\cancel{(n-1)}\cancel{(n-2)}} = \frac{(n-3)}{n} \\ \frac{A_{n-1,3}}{A_{n,3}} &= \frac{3}{4} \\ \frac{n-3}{n} &= \frac{3}{4} \Rightarrow 4n-12=3n \Rightarrow n=12 \end{aligned}$$

03 D

$$A_{24,3} = \frac{24!}{(24-3)!} = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21!}{21!} = 24 \cdot 23 \cdot 22 = 12144$$

04 D

$$\underbrace{5 \cdot 5}_{\text{Vogais}} \cdot \underbrace{A_{10,3}}_{\text{Algarismos}} = 5 \cdot 5 \cdot A_{10,3} = 18000$$

05 A

O resultado corresponde ao número de arranjos simples de 9 objetos tomados 7 a 7. Assim, tem-se:

$$A_{9,7} = \frac{9!}{(9-7)!} = \frac{9!}{2!}$$

06 D

$$A_{6,3} \cdot A_{3,2} = \frac{6!}{(6-3)!} \cdot \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{6!}{1!} = 720$$

07 B

Para que sejam maiores que 200 e menores que 800, dentre os algarismos disponíveis, deve-se começar por 3, 5 ou 7. Como são números de três algarismos, têm-se:

$$3 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad}$$

$$5 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad}$$

$$7 \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad}$$

Note que, para cada uma dessas possibilidades, têm-se quatro números dos quais devem ser tomados apenas dois. Logo:

$$3 \cdot A_{4,2} = 3 \cdot \frac{4!}{(4-2)!} = 3 \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 36$$

$$08 \quad n = A_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 360 \Rightarrow \frac{n}{5} = \frac{360}{5} = 72$$

09 B

Como o problema exige que os números formados sejam pares, existem 4 possibilidades de escolha para a casa das unidades. Como os algarismos não podem se repetir, restam 6 possibilidades para a casa das centenas e 5 para a casa das dezenas. Sendo assim:

$$A_{6,1} \cdot A_{5,1} \cdot A_{4,1} = 120$$

Exceto a possibilidade do 234. Logo, há 119 números.

10 Um número é dito múltiplo de 3 quando a soma de seus algarismos for um múltiplo de 3. Com os algarismos 2, 3, 4, 6 e 9, têm-se os possíveis grupos de quatro, que formarão múltiplos de 3:

$$\text{I. } 2, 3, 4, 6 \Rightarrow A_{4,4} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$\text{II. } 2, 3, 4, 9 \Rightarrow A_{4,4} = 24$$

$$\text{III. } 2, 4, 6, 9 \Rightarrow A_{4,4} = 24$$

O total de números é dado por: $3 \cdot A_{4,4} = 3 \cdot 24 = 72$.